

Pavel Kraemer

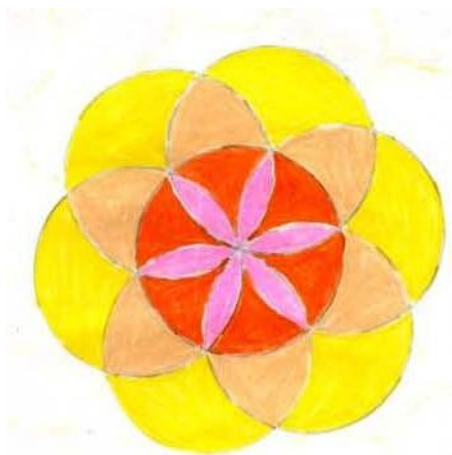
O výuce geometrie v páté třídě

První epocha geometrie v 5. třídě

Ve čtvrté třídě se již žáci učili různé typy čtyřúhelníků a jejich vlastnosti. Naučili se charakterizovat obdélník, kosočtverec, lichoběžník atd., popisováním vlastností stran, úhlů a diagonál. Ve spojení s epochou vlastivědy a orientací v prostoru si děti osvojily pochopení úhlu, jako toho, co nám ukazuje směr, ale první čtyři roky děti kreslily geometrické tvary a ornamente bez pomůcek (od ruky).

V 5. třídě se poprvé objevuje kružítko a pravítko, osvojují se návyky přesného rýsování. Mimo to se učí logické vztahy mezi obrazci - úhly v geometrických obrazcích, přeměna obrazců ve stejně velké obrazce - to je spojeno s výpočtem plochy. Ale do hloubky se v 5. tř. probírají pouze ty zákonitosti a důkazy, které jsou názorné. Kauzální logické myšlení začínají cvičit až v 6. tř. V 5. tř. k pochopení zákonitostí dochází hlavně intuitivně, bez dlouhých vysvětlování. Dobrým příkladem správného přístupu je indický důkaz Pythagorovy věty, kde pod nákresem jako vysvětlení stojí pouze jediné slovo: " Hleď ! ". Děti musí tak dlouho a pozorně hledět na geometrický nákres, dokud neuvidí, odkud se bere zákonitost. Všechno, co není možné přímo a bezprostředně ukázat na obrázku, je nutno odložit do 6. tř.

První hodina



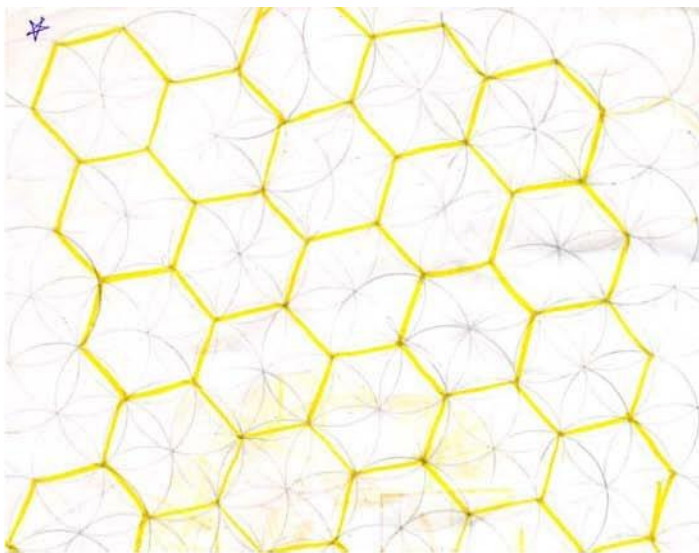
V rytmické části hodiny můžeme připomenout různé typy čtyřúhelníků. Pro učitele je velmi důležité vidět, co zůstalo z toho, co učil ve 4. tř. půlroku zpátky. Ale jakékoli opakování musí být něčím nové. Pouhé opakování bez fantazie a nových elementů vyvolává antipatii žáků. Je možno cvičit následně : představte si čtverec, dále si představte, že se boční strany oddalují jedna od druhé. Co vzniká ? Obdélník! Představte si, že se boční strany začínají sklápět k sobě. Co vzniká ? Kosočtverec! Vraťme se k obdélníku. Představte si, že se boční strany začínají sklánět napravo. Co vzniká ? Rovnoběžník ! Vraťme se k čtverci. Představte si, že ho pootočíme tak, aby vrcholy směřovaly doleva, doprava, nahoru a dolů. Nyní si představte, že současně táhneme levý a pravý vrchol na různé strany. Co získáme? Kosočtverec! Nyní vezměme dolní vrchol a protáhneme ho dolů. Získáme deltoid (obrazec draka) !

Dále je možno přejít k vlastnostem čtyřúhelníků. U jakého čtyřúhelníku jsou všechny strany stejné ? Čtverec ! A ještě ? Kosočtverec! U jakého čtyřúhelníku jsou všechny úhly stejné ? U obdelníku a čtverce! U jakého čtyřúhelníku jsou dvojice protilehlých stran stejné ? U obdelníku a rovnoběžníku.

U kterého čtyřúhelníku jsou dvojice protilehlých úhlů stejné U obdelníku a rovnoběžníku. U kterého čtyřúhelníku jsou pouze dva protilehlé úhly stejné a druhé různé ? U deltoideu ! Tímto způsobem obnovíme v představě dětí téma poslední epochy. To je velmi důležité, jinak znalosti získané o půlroku dříve mohou být ztraceny.

V hlavní části hodiny přejdeme k hlavnímu tématu. Dětem představíme kružítko, které nám umožní přesně rýsovat nejharmoništější geometrickou formu - kruh. Z kruhu se vše rodí. Vidíme jaké bohatství

forem je skryté v království kruhů. Ale předtím než začneme, je nutno obrátit pozornost na to, jak důležitou roli hraje v geometrii přesnost, správné a zřetelné rýsování přímk. Je nutné vysvětlit, jak ostřit hrot tuhy kružítka. Je důležité, aby kružítka byla kvalitní, jinak děti nedosáhnou přesného sestavení geometrické formy. Učitel rýsuje na tabuli kruh a jako následující krok si vybere jeden z bodů na obvodě a rýsuje z něho, jako z centra, ještě jeden kruh se stejným poloměrem. Úkolem pro děti je: dorýsovat tento náčrt tak, aby vznikla harmonická forma. Většina dětí lehce intuitivně pochopí, že je třeba rýsovat další kružnici s centrem v bodě křížení dvou prvních kružnic. Jestliže bude každý bod křížení centrem nové kružnice, dostaneme formu, která se nazývá - kvítek života -. Číslo 6 je spojeno se starověkými kulturami: indickou, židovskou atd. Kvítek života je možné vybarvit a přejít k další úloze: pole kruhů.



Uděláme totéž, jako v předchozí úloze, pouze s menším poloměrem. Narýsujeme kvítek života, ale u toho nezůstaneme a pokračujeme v rýsování kružnic ke kraji papíru.

Proč děláme tuto úlohu? Nejen, aby děti procítili harmonii kruhů, ale i proto, aby nacvičili přesnost v provedení kružnic. Ve skutečnosti, jak ukazuje zkušenost, první kruhy vypadají přesně a harmonicky, ale pokračováním v kreslení pozorujeme narůstání nepřesnosti. U kraje papíru se často převrací harmonie kruhů v chaos. Ve skutečnosti se jakákoli malá nepřesnost postupně rozrůstá a brzy silně bije do očí: děti se snaží všechno napravit, ale je již pozdě.

Závěr: v nákresech je nutno dodržovat

přesnost od samého počátku. V tomto procesu je významný výchovný moment. Když děti kreslí kvítek života, je pravidlem, že spontánně přichází k učiteli i ptají se ho: "Nakreslil jsem to správně?" Správně nebo nesprávně je u nich spojeno s autoritou učitele. Nárys je správný, když tak usoudí učitel. Ale od této autority je potřeba se postupně osvobodit. Člověk musí skutečně najít vlastní vnitřní kompas, který ho vede k pravdě. Děti nejsou v tomto věku ještě zdaleka schopny řídit se svými pocity, hnutími, jejich úsudky závisí na úsudcích dospělých. Ale je jedna oblast, kde se již děti musí vnitřně osvobodit od úsudků dospělých - oblast čistého myšlení, v kterém nehrají roli emoce, v kterém nejsou subjektivní úsudky. Tento svět krystalických forem a čisté geometrie žije uvnitř nás. Ve své fantazii je možné z jednoho kruhu plodit nekonečnost forem, jako například v uvedeném cvičení. Geometrie je první oblastí, ve které děti mohou rozvíjet schopnost čistého myšlení. Zde se spojuje svět minulosti (svět prvních čtyř let), svět, v kterém žilo lidstvo do objevení se prvních řeckých filozofů a matematiků. V geometrii dítě rozvíjí čisté myšlení, ale nemá ještě oporu obrazné představitivosti. Ale vraťme se k našemu příkladu pole kruhů. Když žák, po nakreslení několika kruhů, přijde k učiteli s otázkou, zda správně kreslí, tak učitel musí odpovédět, že je nutné pokračovat v kreslení, aby mohlo dítě samo vidět na konci, nakolik je nárys přesný. Nepřesnosti jsou ze začátku často skryty, ale jestli jsou, tak se nevyhnutelně objeví později. Je pravidlem, že děti musí všechno několikrát předělávat, aby se dosáhlo žádané přesnosti a správně se splnila úloha s kruhy. To není lehké a vyžaduje to od žáka úsilí vůle. Žádné rady učitele a rodičů nepomáhají, když musí znovu a znovu začínat rýsovat, znovu a znovu snášet neúspěch. Ale jaké uspokojení žák prožívá, když dosáhne cíle!

Tímto procesem zdokonalování mohou a musí děti procházet i doma, vždyť pro to není kromě morální podpory ničeho potřeba. Problém není v pochopení, ale v projevení síly vůle při dosažení cíle. Kromě toho, je možné jako domácí úkol dát žákům následující úlohu: V poli kruhů je schováno mnoho geometrických figur, jsou tam rovnostranné, rovnoramenné trojúhelníky, jsou tam kosočtverce, obdélníky, lichoběžníky atd. Najděte je a zakreslete do kruhového pole. Úloha tohoto typu je vhodná i

pro domácí úkol. Provádíme - li úlohu ve třídě, nemají slabší žáci, přemýšlející pomaleji, možnost samostatně objevovat, protože nakukují k druhým, aby stačili třídě. Doma může každý pracovat svým tempem. Úkolem je, aby všichni žáci měli zážitek, že jsou schopni samostatně nacházet formy. Děti také mohou ukázat toto umění rodičům, což je důležité, protože mnozí rodiče jsou přesvědčeni o tom, že jejich děti nic neumí.

2. den

Po rytmické části, kde opakujeme dále vlastnosti čtyřúhelníků, zadáváme složitější úlohy (například : u kterého čtyřúhelníka jsou kolmé, ale nestejně dlouhé úhlopříčky, které se navzájem půlí?), přecházíme k prohlídce domácího úkolu. Většina žáků ukazuje přesné pole kruhů, někteří to nemohli udělat přesně. Těm je třeba pomoci, ale ne nyní, ale později, v průběhu hodiny nebo po hodině, jestli je to nutné. Je možné se zeptat, kdo našel kolik forem, avšak nemusí to být prvním dotazem. Na tabuli je již připraveno pole kruhů, a žáci, přicházejíce k tabuli, popořadě kreslí formy. Ostatní děti si u sebe kreslí ty formy, které nenašli doma.

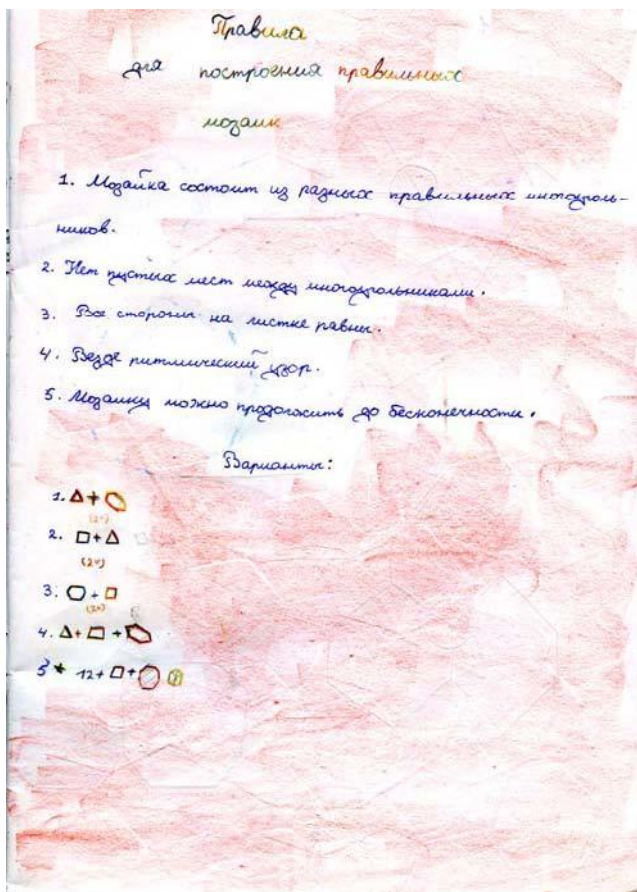
Přejdeme k dalšímu zadání: je třeba ještě jednou narýsovat pole kruhů (to umožní těm, kteří to nestihli doma, dohnat všechno s pomocí učitele) a vyplnit celý prostor pouze jednou formou - získáme různé mozaiky: mozaiku šestiúhelníků (dětem známé plástve) nebo mozaiku z rovnostranných trojúhelníků, kosočtverců atd.

Jedinou formou, kterou nelze nalézt v kruhovém poli - je čtverec. Princip čísla 4 jakoby se nechce podřizovat principu čísla 6. Opravdu, dokonce ve světě květů existují říše, jasně oddělené jedna od druhé: ty květy které mají 6 nebo 12 atd. lístků, 4 nebo 8 lístků, a ty které jsou vytvořeny principem čísla 5.

Na konci hodiny je možné zadat úlohu: jak je možné s pomocí pravítka zakreslit do pole kruhů čtverce, osmiúhelníky, dvanáctiúhelníky ?

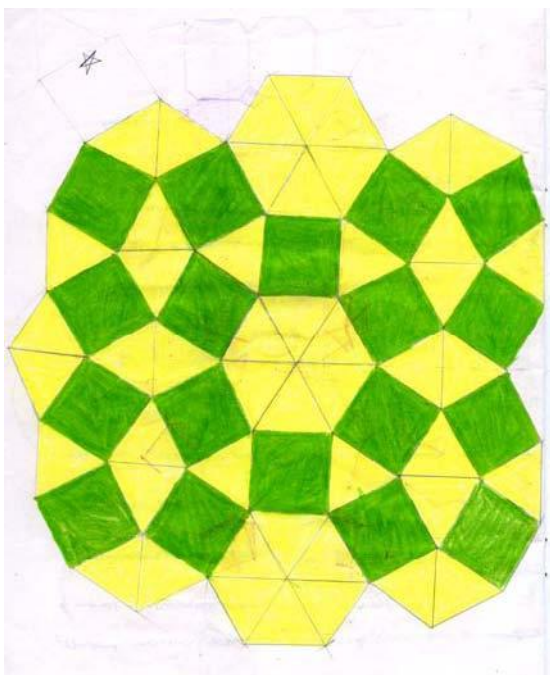
Domů je možné dát dětem za úkol sestavit různé mozaiky z různých forem. Protože žáci ještě neumí

rýsovat a spojovat různé mnohoúhelníky pomocí kružítka a pravítka, mohou zatím kreslit od ruky. Překreslit nalezené mozaiky s pomocí kružítka a pravítka bude úlohou následujících dní a týdnů.



3. den

V rytmické části opakujeme naposledy pravidelné čtyřúhelníky, je možné krásně završit toto téma. Například se ptáme dětí na to, jak bude vypadat čtverec, když ho začneme otáčet kolem jeho osy, rovnoběžné s dvěma stranami čtverce. Takový čtverec bude vypadat jako obdélník, přičemž, když budeme pokračovat v otáčení, bude se zužovat, až se stane pouze linií, a pak se opět začne rozšiřovat. Jestli budeme otáčet čtverec kolem úhlopříčky, uvidíme zužující se a znovu se rozšiřující kosočtverec. Jestliže zkombinujeme tyto dvě operace, získáme rovnoběžník. Můžeme dětem říci, že se v projektivní geometrii se vysvětluje následující fakt: Jakýkoli čtyřúhelník je čtvercem, na který se hledí z určitého místa. O tom je možné se přesvědčit, jestliže vyfotografujeme pod různými úhly křížení dvou cest. Tato témata jsou ještě pro většinu žáků složitá, ale hlavní je aby učitel občas vyprávěl žákům o složitých tématech, které se objeví po několika letech. Tak vzniká v žácích očekávání budoucího, pocitování toho, co se nachází za horizontem jejich dnešních schopností. To, co zná žák dnes, představuje pouze fragment toho, co ještě může poznat. Je pozoruhodné, jak dobře si žáci pamatují podobné přísliby učitele. Často se děti v 7. třídě sami ptají, kdy bude látka přislíbená v 5. třídě.



V následující části hodiny je možné si dohromady prohlédnout mozaiky, vymyšlené žáky a přejít k otázce o tom, jak je možné tyto obrazce narýsovat jednodušeji, bez načrtnutí pole kruhů. Můžeme začít s šestiúhelníky. Rozumí se, že jestliže chceme narýsovat pouze pravidelný šestiúhelník, nemusíme rýsovat sedm kružnic, ze kterých se skládá kvítek života. můžeme narýsovat pouze ty části kružnic, které rozdělují první kružnici na šest stejných částí. Spojením získaných šesti bodů na kružnici, získáme pravidelný šestiúhelník. Podotýkám, že je dostatečné šestkrát nanést poloměr na kružnici.

Následující otázka: **jak do daného kruhu vepsat pravidelný trojúhelník?** Děti rychle upozornují, že je možné spojit vrcholy šestiúhelníka ob jednu a tak získat dva různé rovnostranné trojúhelníky, které dohromady vytváří hvězdu Davidovu.

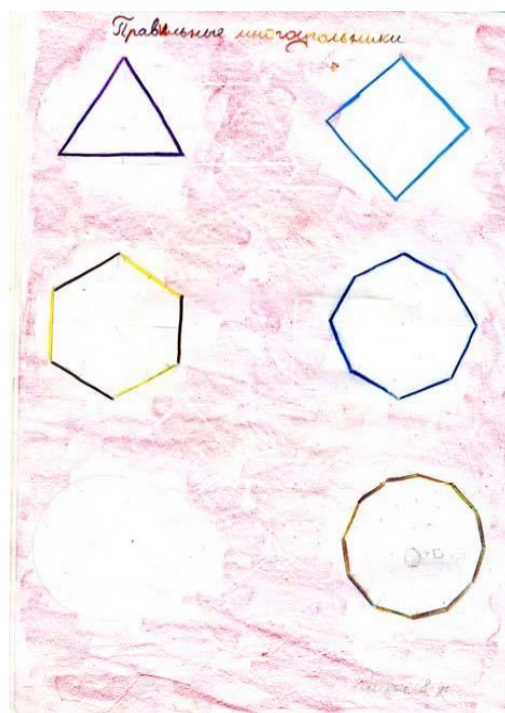
Jak do kružnice vepsat čtverec? Jsou dvě cesty:

1. Můžeme vyjít z kvítku života, spojit průsečíky kružnic, ležících mimo první kružnici, s centrem a tak rozdělit první kružnici na 12 stejných částí. Spojením vrcholů dvanáctiúhelníku ob dva, dostane tři různé čtverce.

2. Můžeme začít ze dvou kolmých průměrů a potom spojit jejich konce, ve výsledku získáme čtverec.

Zde je překrásná možnost ukázat dětem, jak se rýsují kolmé přímky. Tomu je třeba věnovat zvláštní pozornost, protože žáci obvykle rýsují kolmé přímky přibližně, od oka. Od čtverce je možné přejít k osmiúhelníku, rýsováním čtyřčetné varianty kvítku života. Ze začátku mohou děti rýsovat podle tabule.

Koncem hodiny mohou žáci vepsat do mnohoúhelníků hvězdy a barevně je vybarvit. Domácím úkolem bude opakování různých mnohoúhelníků, mohou také vymyslet nové, například, šestnáctiúhelník, dvacetičtyřúhelník a nalézt různé varianty hvězd.



4. den

Na tabuli jsou zobrazeny 4 různé obrazy:

- 1) šestiúhelník, rozdělený na uvnitř na 6 trojúhelníků
- 2) čtverec, rozdělený na 4 kvadranty
- 3) 3 šestiúhelníky, spojené v jednom bodě
- 4) část mozaiky z osmiúhelníků a čtverec.

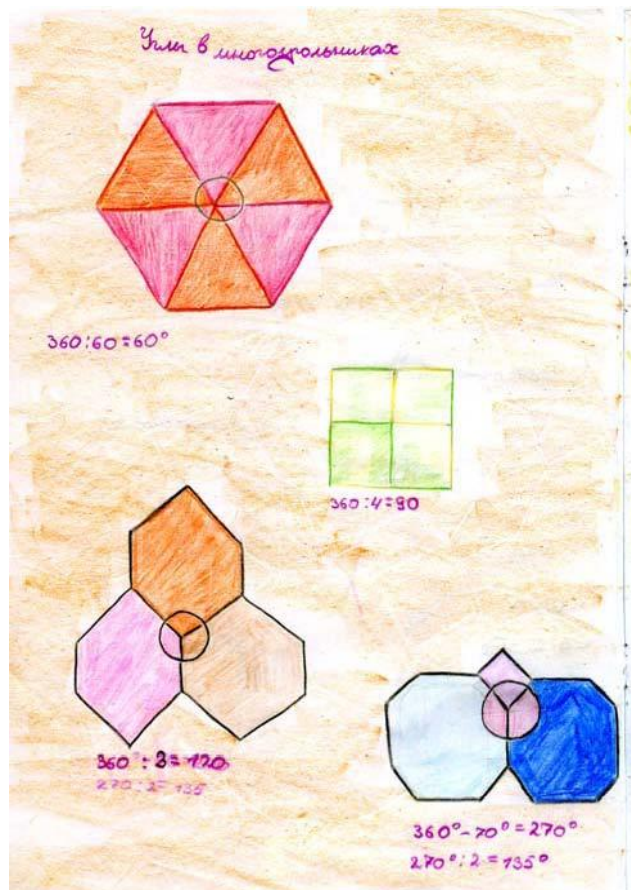
V rytmické části učitel s žáky opakuje úhly. Úhly je třeba opakovat přes pohyb, jinak se u dětí objeví nesprávné pochopení úhlu, jako spojení dvou paprsků. Úhly měří stupeň otočení a otočení - to je pohyb. Proto je možné vzít hůl a pootáčet s ní mezi prsty. O kolik stupňů se otočila? První otočení - 90° , druhé otočení - 360° , třetí otočení - 180° , čtvrté otočení - 270° atd. V principu, cvičíme násobek 60° a 45° . Postupně zvyšujeme složitost a rychlost, dojdeme do 540° , 720° .

Po takové přípravě můžeme přejít k hlavnímu tématu - výpočet úhlů v mnohoúhelnících. Učitel se ptá, kolik stupňů v rovnostranném trojúhelníku a ukazuje na jeden úhel v trojúhelníku. Je očividné, že je menší než 90° . Ale kolik je přesně? Děti hádají 40° , 50° , 60° , 70° atd. Jaká odpověď je správná? Většina žáků se možná domnívá, že správná odpověď je 60° , ale jak se o tom ujistit?

Proč ne 50° ? Podívejte se na tabuli, na tento obrázek. Kdo z Vás vidí, proč přesně 60° . Některé děti najednou zpozorují, že protože se v centru stýká šest trojúhelníků, úhel jednoho z nich musí být roven $1/6$ z 360° , tedy je roven 60° . Avšak je velmi důležité včas zadržet rychlé žáky, aby počkali s odpovědí a dali každému možnost k odhalení.

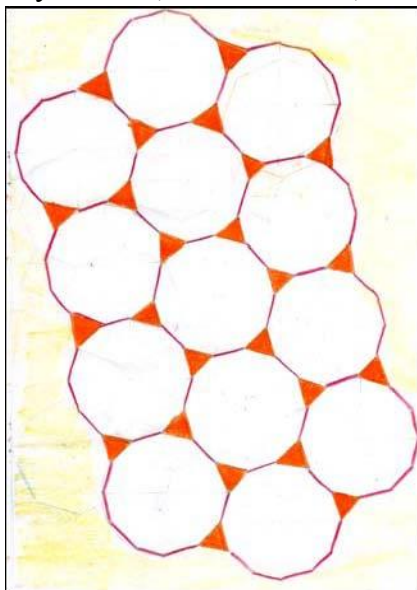
To je možné udělat následovně: ten, kdo našel odpověď mlčí a jenom zdvihne ruku. Žáci jsou schopni čekat, mnohé zajímá sledovat, jak se postupně zdvihají ruce a kdo již pochopil. Když všichni, nebo skoro všichni, zdvihli ruce, učitel vyvolá jednoho žáka, aby vše vysvětlil. Podobně s příklady se čtverci a šestiúhelníky, ty je možno projít dost rychle. Příklad s osmiúhelníkem je složitější, zde je nutno počkat, dokud první žáci nezdvihnou ruce. Zde nemůže rozdělit na 3, nejdříve musíme od 360° odebrat 90° (čtverec). $270:2=135$. V následující části hodiny je možné rýsovat první nestejnorožé mozaiky: například mozaiku z šestiúhelníků a trojúhelníků. Složitější bude rýsovat mozaiku z osmiúhelníků a čtverců, zde je třeba najít střed kružnice, do které je vepsán sousední osmiúhelník. Narýsujeme první osmiúhelník a v zrcadlovém odrazu narýsujeme jeho kopii, jedna strana mnohoúhelníků je společná. Dále stačí přenést trojúhelník, který má vrchol v centru kruhu, a základna je současně stranou osmiúhelníku. Tak nalezneme střed druhé kružnice. Žákům není třeba podrobně popisovat tyto kroky, část žáků je vymyslí samostatně, druhá část se podívá u první části. Děti se učí jedno od druhého, vysvětlují si svými slovy. Třída je schopna obejít se jako kolektiv bez učitele, jestli jsou v ní dobře rozvinuté sociální vztahy. Jestliže je ve třídě žák, se kterým se nechce nikdo kamarádit, ten nemusí zvládnout zadání a učitel mu pomáhá. Avšak rozumněji by učitel postupoval, kdyby se snažil navázat kamarádství.

Domácím úkolem může být vybarvení mozaiky, narýsované při hodině a vytvoření nové.



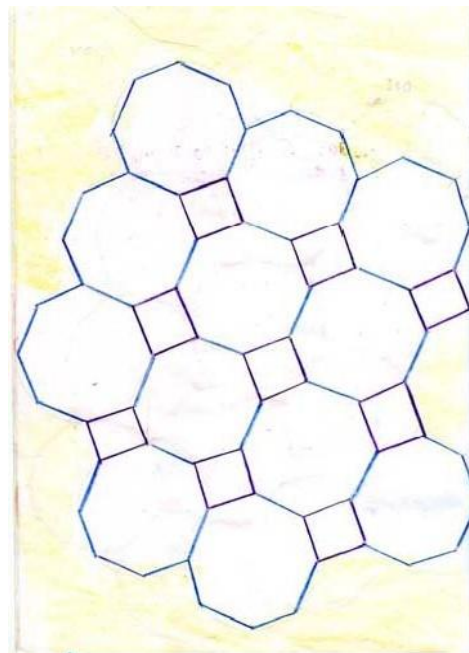
5. den

Na začátku se vrátíme k úhlům, opakujeme úhly v rychlém tempu. Potom připomeneme trojúhelník, čtyřúhelník, šestiúhelník, osmiúhelník. Znovu projdeme



zdůvodnění a jako nový materiál přidáme dvanáctiúhelník.

Na tabuli jsou zobrazeny dva dvanáctiúhelníky a mezi nimi rovnostranný trojúhelník. Zde můžeme stejným způsobem, jako u osmiúhelníku, dokázat že úhel je roven 150° . Děti si mohou přerýsovat z tabule obrazy s výpočtem úhlů, potom pokračovat v rýsování mozaiky.



V druhém týdnu pokračujeme v rýsování mozaiky, v ústní části opakujeme úhly v mnohoúhelnících a spolu s dětmi nacházíme zákonitosti. Na první pohled je úplně nepochopitelné, jak vypočítat vnitřní úhel v libovolném mnohoúhelníku, ale my již víme, že v trojúhelníku je roven 60° , čtyřúhelníku - 90° , v pětiúhelníku - nevíme, šestiúhelníku - 120° , osmiúhelníku - 135° , dvanáctiúhelníku - 150° . Vidíme, že se úhly zvětšují, ale nerovnoměrně.

Když přejdeme od trojúhelníku k čtyřúhelníku, je třeba přidat 30° , následujících 30° již stačí na 2 krok k šestiúhelníku. Od šestiúhelníku k osmiúhelníku musíme přidat pouze 15° , následujících 15° stačí již na čtvrtý krok k dvanáctiúhelníku. Pro poznání zákonitosti nás musí napadnout geniální myšlenka. Je možné, že nikoho ve třídě tato myšlenka nenapadne. Potom musí učitel napovědět a obrátit pozornost dětí na to, kolik stupňů chybí do 180° : u trojúhelníku chybí 120° , u čtverce - 90° , u šestiúhelníku - 60° , u osmiúhelníku - 45° , u dvanáctiúhelníku - 30° . Můžeme sestavit tato čísla do tabulky a ať se na ně děti dívají, dokud neuvidí zákonitost. Zde je třeba mít trpělivost.

	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
	120	90	72	60	51 $\frac{2}{3}$	45	40	36	32 $\frac{2}{3}$	30
	60	90	108	120	125 $\frac{1}{3}$	135	140	144	147 $\frac{1}{2}$	150

Ale nakonec si někdo ze třídy všimne, že 120° se rovná třetině ze 360° , $90^\circ = 360^\circ : 4$, $60^\circ = 360^\circ : 6$ atd. To znamená, že pro určení, kolik stupňů chybí do 180° , je třeba 360° rozdělit na množství úhlů. Když víme kolik stupňů chybí do 180° , můžeme lehce určit velikost vnitřního úhlu mnohoúhelníku. Například, pětiúhelník : $360^\circ : 5 = 72^\circ$, $180^\circ - 72^\circ = 108^\circ$, to znamená, že velikost vnitřního úhlu je rovna 108° .

Následující den můžeme přejít k součtu vnitřních a vnějších úhlů trojúhelníků. To můžeme udělat skrz pohyb. vyvoláme jednoho žáka a požádáme ho, aby si představil, že u jeho nohou leží trojúhelník, po kterém se musí projít, tak, že se vždy otočí na vnitřních úhlech. To je lehké zadání. Když jdeme obličejem napřed po stranách trojúhelníka, jdeme však po vnějších úhlech a ne po vnitřních. Když projdeme celý trojúhelník, získáme úplný obrát, tedy 360° . To je spojeno s tím, že součet vnějších úhlů libovolného mnohoúhelníku je roven 360° . K tomu, aby jsme získali součet vnitřních úhlů, musíme jít po jedné straně obličejem napřed a po druhé - obličejem dozadu a td. V případě trojúhelníku skončíme tak, že hledíme obličejem na opačnou stranu vzhledem k prvotnímu nasměrování. Udělali jsme tři obraty ve třech vrcholech. Dohromady tvořili polovinu úplného obratu, tedy součet úhlů je roven 180° . Postupně můžeme přejít k dalším mnohoúhelníkům nebo, aby výkonným žákům nebylo nudně, k hvězdám.

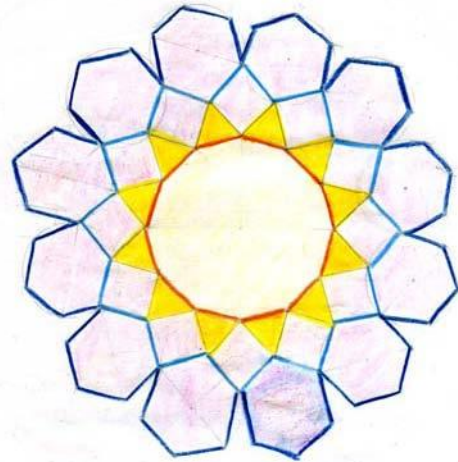
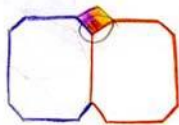
Так мы можем уйти в многоугольники

Представьте 3 соединенных шестиугольника. Для того, чтобы узнать сколько градусов составляет угол шестиугольника, в точке пересечения форм нарисуйте окружность.

Окружность составляет 360° . В нашей случае она разделена на три равные части. Поэтому 360° разделим на 3, получаем, что угол шестиугольника составляет 120° .



Представьте два восьмиугольника и ромб вписанный между их внешними углами. В точке пересечения форм нарисуйте окружность. Угол ромба вписанного 70° . Поэтому 360° минус 70° получается 270° , и мы нас еще две части круга, поэтому разделим 270° на два, выходит 135° .

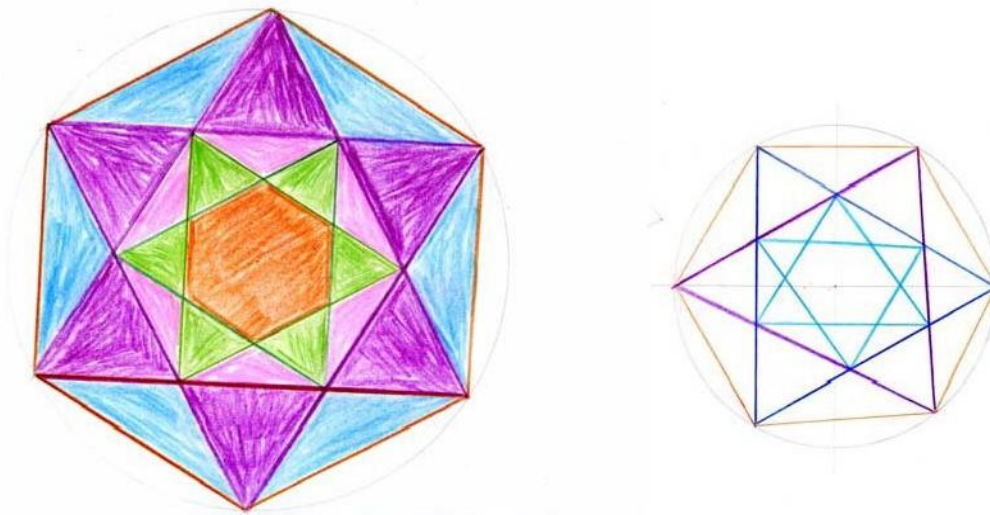


Druhá epocha geometrie v 5. třídě

Židovská hvězda

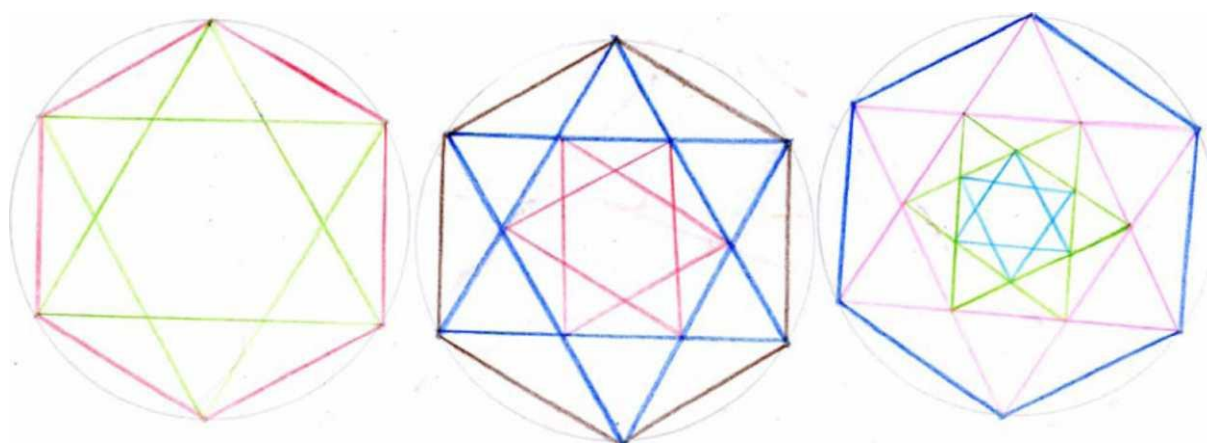
Popis průběhu hodiny geometrie.

Na první hodině děti sestrojily pravidelný šestiúhelník a v něm narýsovaly židovskou hvězdu. Sestrojení pravidelného šestiúhelníku známe z první epochy.



Žáci dostanou zadání: určit kolik obdélníků, rovnostranných a rovnoramenných trojúhelníků se nachází v tomto obrazi. Potom mají žáci vepsat do židovské hvězdy ještě jednu židovskou hvězdu, menší a opět najít počet výše uvedených obrazců.

Potom vepíšeme ještě jednou židovskou hvězdu a také určíme počet obrazců(obr. č. 3).

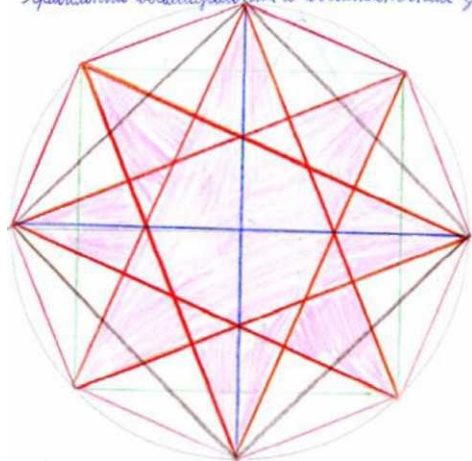


Co cvičí žáci, plněním těchto úloh.

1. Žáci opakují přesné sestavení pravidelného šestiúhelníku v malých hvězdách, které vznikají v centru obrazce. Zde je velmi viditelná možná nepřesnost rýsování prvního šestiúhelníku. Děti to sami vidí.
2. Používají a zapamatovávají si geometrické termíny : rovnostranný, rovnoramenný trojúhelník, obdélník.
3. Učí se vidět jeden a tentýž geometrický obrazec v různých pozicích a rozměrech.
4. Rozvíjejí geometrické vidění.
5. V průběhu hledání trojúhelníků se učí systematizaci.
6. Žáci mohou odhalit aritmetickou zákonitost toho, jak roste počet trojúhelníků při vepsání nových hvězd, například : v prvním obrazi 8 rovnostranných trojúhelníků, ve druhém obrazi - 19, v třetím - 24. Děti si sami všimnou, že jestli 4 krát vpiší hvězdu, dostanou 32 trojúhelníků.

Osmiúhelná hvězda

Кравильный восьмиугольник и восьмиугольная звезда



Popis průběhu hodiny

Žáci si připomínají z první epochy, jak se sestrojuje pravidelný osmiúhelník. Narýsujeme kružnici a její její vertikální a horizontální průměry, kdy při spojení konců průměrů dostaneme vepsaný čtverec. Čtyři získané úhly rozdělíme na polovinu a vzniká pravidelný osmiúhelník. Potom spojíme vrcholy ob dva a objeví se osmicípá hvězda.

Potom musí žáci obkreslit všechny pravoúhlé rovnoramenné trojúhelníky, které se objevily v tomto obrazci, najdou je ve třech velikostech a překreslí je na následující stranu v sešitě. Vysvětlíme dětem, že trojúhelníky se stejným tvarem a různými rozměry se nazývají podobné. Potom musí žáci spočítat úhly

překreslených trojúhelníků. U každého trojúhelníku jsou tytéž úhly : 45° , 45° , 90° . Uděláme závěr: u podobných trojúhelníků jsou úhly stejné.

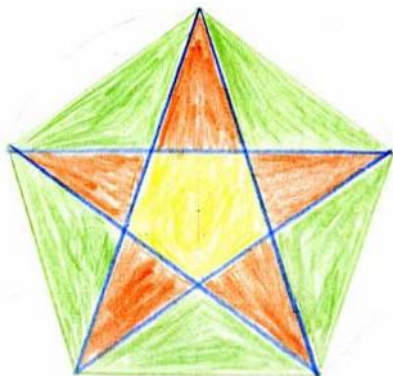
Potom musí žáci najít a překreslit všechny zbylé pravoúhlé trojúhelníky v tomto obrazci a zjistí se, že je tvar u všech stejný. Jsou to podobné trojúhelníky čtyř různých velikostí. Spolu s žáky spočítáme úhly : dostaneme 90° , $22,5^\circ$, $67,5^\circ$. Uděláme další krok: vyzveme žáky, aby pomocí úhloměru ověřili, jestli odpovídají úhly 90° , $22,5^\circ$, $67,5^\circ$. Učitel přitom ukazuje, jak je nutno používat úhloměr.

Co cvičí žáci těmito úkoly

1. Žáci opakují sestavení čtverce vepsaného do kružnice, dělení úhlů napůl.
2. Osvojují si termíny jako rovnoramenný a pravoúhlý trojúhelník, zapamatovávají si jaké mají úhly.
3. Učí se překreslovat trojúhelník z daného obrazce na nové místo v sešitě v novém postavení. V podstatě cvičíme sestavení trojúhelníku o třech známých stranách.
4. Učí se najít stejný tvar v různých postaveních.
5. Opakují výpočet úhlů v trojúhelníku a mnohoúhelníku, který se zabývali v první epoše.
6. Žáci si osvojují návyky práce s úhloměrem.
7. Získávají pochopení podobných trojúhelníků, teorie rovnosti úhlů v podobných trojúhelnících.

Pentagram

Кравильный пятиугольник и пятиугольная звезда



Popis průběhu hodiny

Na začátku učitel hovoří o tom, že správné sestavení pravidelného pětiúhelníku je dost těžká úloha, složitostí mnohokrát převyšující všechny konstrukční úlohy, které dosud žáci samostatně řešili. Ale již starověcí Řekové se svou geniální schopností ke geometrii našli cestu sestavení pravidelného pětiúhelníku. Pentagram - pěticípá hvězda - se stal díky své složitosti a záhadnosti symbolem ve škole Pythagora.

Učitel diktuje žákům algoritmus sestavení pravidelného pětiúhelníku.:

" Nejprve narýsujeme kružnici e se středem S a poloměrem 8 cm. "

Učitel komentuje: " V geometrii se body značí velkými latinskými písmeny, přímky - malými latinskými písmeny."

Učitel pokračuje v diktování: " Bodem S vedeme vodorovnou přímku a , potom narýsujeme přímku b , kolmou k přímce a , tak, aby procházela bodem S . Horní průsečík přímky a s kružnicí e označíme písmenem D , pravý průsečík kružnice e s přímkou a - písmenem A . Potom narýsujeme kružnici se středem A , která prochází bodem S a označíme jí k . Průsečíky kružnic k a e označíme písmeny C a B . Spojíme body C a B , průsečík úsečky CB s přímkou a nazveme E . Sestrojíme kružnici se středem E , která prochází bodem D a nazveme ji o . Průsečík kružnice o a přímky a nazveme F . Poté nanese délku FD pětkrát na kružnici, začínaje z bodu C .

Žáci kontrolují, zdali se daná úsečka vejde pětkrát do dané kružnice. Ti, u kterých se pětkrát nevejde, vidí, že se dopustili nepřesnosti při rýsování. Do získaného pětiúhelníku vepíšeme pentagram spojením bodů pětiúhelníku přes jeden vrchol.

Žákům dáme zadání: určete, kolik různých tvarů trojúhelníků můžeme najít v tomto obrazci. Děti nejprve předpokládají, že mohou nalézt několik různých tvarů, ale ukáže se, že existují pouze dva tvary. Učitel nazve tyto trojúhelníky zlatými a připomíná svatost pentagramu. Proto první tvar nazýváme ostroúhlým zlatým trojúhelníkem, druhý - tupoúhlým zlatým trojúhelníkem. Žáci musí narýsovat oba tvary trojúhelníka se všemi rozměry na novou stranu a vypočítat úhly. Dostaneme 36° , 72° , 72° u ostroúhlých a 72° , 72° , 144° u tupoúhlých trojúhelníků.



Děti spočítají úhly různými způsoby. Jeden si vzpomene, že součet úhlů v pětiúhelníku je roven 540° , protože se skládá ze tří trojúhelníků a u kterých je u každého z nich součet úhlů roven 180° , $180 \cdot 3 = 540$. Druhý spojí střed kružnice s vrcholy pětiúhelníku a získá pět rovnoramenných trojúhelníků. Vrchní úhel těchto trojúhelníků je roven $360 : 5 = 72$. Zbylé úhly těchto trojúhelníků jsou rovny $(180 - 72) : 2 = 54$. Proto jsou úhly pětiúhelníků rovny $54 \cdot 2 = 108$ atd.

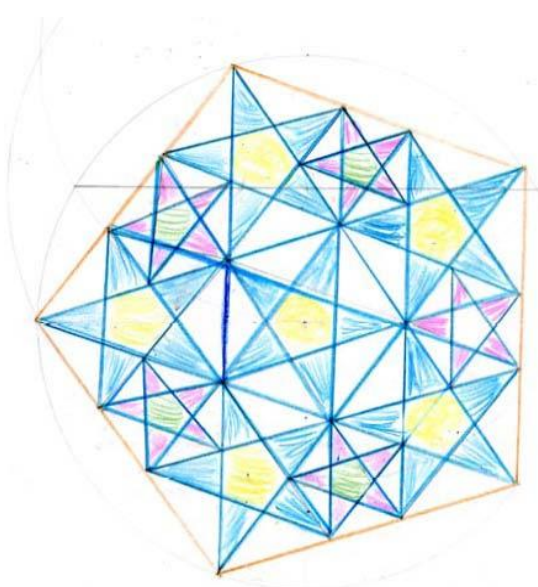
V čem spočívá neobyčejnost zlatých trojúhelníků? Zlatý trojúhelník je možno rozdělit na dva rovnoramenné

trojúhelníky. Ve skutečnosti jsou zlaté trojúhelníky jedinými rovnoramennými trojúhelníky, které je možné rozdělit na dva rovnoramenné trojúhelníky. Takto se zlatý trojúhelník rozpadá opět na zlaté trojúhelníky a tento proces pokračuje do nekonečnosti.

V pentagramu se do nekonečnosti opakuje zlatý řez: všechny úsečky, které vznikají, mají k sobě vztah jako major a minor ve zlatém řezu. V pravidelném pětiúhelníku je minorem strana pětiúhelníku a majorem - úhlopříčka pětiúhelníku.

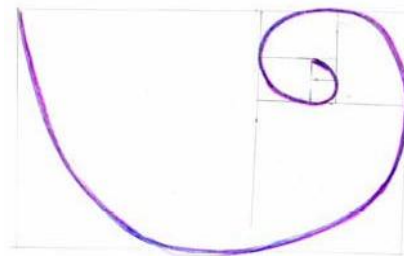
Když z nich sestavíme zlatý obdélník, bude mít zajímavou neobyčejnost: když od něho odřízneme čtverec, zůstane tentýž obdélník pouze menší, od něho můžeme opět odříznout čtverec a tak dále dostáváme nekonečnou následnost čtverců, přes kterou můžeme narýsovat logaritmickou spirálu.

* jeden úhel je roven $540:5=108$ (tupý úhel u zlatého trojúhelníku). $2 \cdot 36 + 108 = 180$, proto je ostrý úhel roven $(180 - 108) : 2 = 36$.



Co si osvojují žáci vyplňováním těchto úloh.

1. Žáci se učí přesně rýsovat dle diktátu učitele (je nereálné očekávat, že by sami našli způsob sestrojení pětiúhelníku, tuto schopnost je možné očekávat od žáků velikosti Pythagora nebo Keplera.)
1. Učí se geometrickou terminologií: body se označují velkými písmeny A, B, C, čáry malými a, b, c; kolmé a rovnoběžné čáry, osa úsečky a osa úhlu
2. Prostřednictvím popisu postupu sestrojení geometrických figur se učí jasně a přesně vysvětlit své myšlenky
3. Žáci pocítují harmonii a tajemství pentagramu, to, že se v něm do nekonečna opakují ty samé části, které vytvoří živou harmonii celku. Nepřímo se dotkneme tajemství zlatého řezu, principu, který se projevuje ve všem živém v přírodě.
4. Žáci se učí sami, bez pomoci učitele všimnout si nepřesností konstrukce. Když rýsujeme zlatý obdélník a rozdělujeme ho na čtverce, měli bychom v ideálním případě dostat nekonečný počet čtverců. Ve skutečnosti kvůli nepřesnosti můžeme sestrojít pouze několik квадратов. Jejich množství nám ukazuje stupeň přesnosti našeho rýsování. Jeden žák může narýsovat pouze 3 čtverce, a to co zůstane již není nijak podobné na zlatý trojúhelník. Dobří žáci mohou narýsovat 5-6 čtverců.



Metodika dosažení cílů, které pro danou třídu stanovil učitel

Geometrická terminologie

Geometrickou terminologií se děti mohou naučit velmi rychle, jestliže jim dáme možnost mnohokrát ji opakovat.

První den učitel rýsuje na tabuli některé obrazce, které děti již kreslily a dá jim následující úkol: " Podívejte se, jak budu na tabuli sestrojovat pravidelný pětiúhelník". Zatím dětem navrhuje , aby si představily, že jeden z nich byl trochu nepozorný při hodině, během vysvětlování sestrojení pravidelného pětiúhelníku a musí splnit domácí úkol - z paměti narýsovat pravidelný pětiúhelník a narýsovat v něm pentagram. Potom žák přijde domů, otevře sešit, ale nemůže si na nic vzpomenout. Kdo mu pomůže? Rodiče si také nemohou vzpomenout, protože již dávno skončili školu. Kamarád ze třídy, který bydlí vedle, sám neporozuměl sestrojení. Musí zavolat jiným spolužákům. Ale ukazuje se, že vysvětlovat geometrii po telefonu není lehké:

- Narýsuj vodorovnou přímku, potom vertikální přímku a potom kružnici.
- A kde mám narýsovat kružnici ?
- Máš střed ?
- Ano!
- A jak velkou kružnici?
- 8 cm.
- Nevejde se!
- Jacto, že se nevejde?
- Protože je střed moc blízko ke kraji papíru.
- Špatně. Musí být ve středu papíru.
- A proč si mi neřekl dřív?
- Myslel jsem, že je to jasné!
- Dobře, chápu, musím vytrhnout list a všechno začít znova... Už jsem to udělal, a co dál?
- Teď vezmi kružítko a narýsuj kružnici přes střed.
- Velkou ?
- Stejnou.
- Odkud mám rýsovat?
- Jak odkud ?

- Myslíš přes střed? Pravý střed na kružnici ? Tam, kde je vodorovná přímka?
- Ano!
- Chápu. A co dál?
- Nyní je třeba narýsovat přímku.
- Jakou ?
- Přes obě kružnice.
- A v jakém místě?
- Shora dolů.
- A kde mám začít?
- Tam, kde je průsečík.
- Ve středu první kružnice?
- Ne! Myslím druhý průsečík. Maličko napravo nahore.
- Tam, kde se kružnice kříží ?
- Ano!
- Dobře. A teď z toho bodu udělej kružnici tak, aby procházela horním bodem.
- Vrchní bod je ten, co je na první kružnici?
- Ano!
- Dobře. Rýsuji. Co dál?
- Teď musíš změřit vzdálenost od průsečíku této kružnice s vodorovnou čarou.
- U mě se nekříží.
- Jak to, že se nekříží?
- Prostě tak.
- To není možné. Znamená to, že něco není dobře. Musíš všechno udělat znovu.

Vidíte, jak je složité, vysvětlit po telefonu geometrii. A jestli uděláš chybu z nepřesnosti ve výkladu, už ji nelze odhalit. V telefonním rozhovoru neukázali přesně, kde je střed poslední kružnice, a rýsující usoudil, že se nachází v bodě křížení prvních dvou kružnic. On ale musí být na křížení poslední vertikální přímky s vodorovnou. Proto vše vyšlo nesprávné a zašli na slepou kolej. Tento příklad nám ukazuje, že je třeba umět hovořit velmi přesně a nepoužívat neustále výrazy " tento bod, tato přímka" protože bodů a čar je velmi mnoho a není jasné o jakou konkrétně jde. Pro vyvarování se takových chyb v geometrii existuje velmi přesný systém pro popis obrazců.

Pravidlo č. 1. Všechny přímky a body mají název. Velká latinská písmena A,B,C atd. slouží k nazvání bodů a malá latinská písmena a,b,c - nazvání pro čáry, včetně přímek a kružnic. Říkat slovo " ten " se přísně zakazuje.

Pravidlo č. 2. Je třeba hovořit přesnými vědeckými termíny. Slovy typu " křivě, rovně, křížek..." se vysvětlovat také přísně zakazuje. Místo toho je třeba říkat: kolmo, rovnoběžně, průsečík atd. Zde jsou základní termíny, které je třeba se naučit z paměti:

- rovnoběžná přímka.
- kolmá přímka
- přímka, procházející danými body,
- průsečík
- kružnice se středem v daném bodě, procházející přes...
- úsečka,
- paprsek

Pravidlo č. 3. Když diktujeme, musíme rovnou dávat jména všem přímkám a bodům.

Potom učitel spolu s dětmi zkusí správně, vědecky, popsat sestavení pravidelného pětiúhelníku: " Nejprve rýsujeme vodorovnou přímku a , potom provedeme kolmou přímku k přímce a , tuto přímku nazveme b. Bod průsečíku přímek a a b nazveme S . Popíšeme kružnici se středem S poloměrem 10 cm. Tuto kružnici nazveme k , pravý průsečík přímky a a kružnice k nazveme A..." Za domácí úkol děti musí písemně popsat sestavení pravidelného trojúhelníku.

2. den

Na začátku hodiny jsou na tabuli různé geometrické tvary a čáry. V rytmické části hodiny žáci musí postupně jmenovat to, co vidí na tabuli vědeckým jazykem. Musíme být připraveni na to, že na "vědecký jazyk" si vzpomenu pouze některé děti, protože je téma ještě nové. Učitel ukazuje na tabuli obrazce a děti je nazývají:

- přímka a,
- bod B,
- kružnice K.

Na dalším obrázku jsou znázorněny dvě přímky a i b, které se kříží. Učitel ukáže na jejich křížení a děti říkají: "křížek".

Učitel: " Slovo "křížek" se zakazuje říkat".

Žák: " Bod".

Učitel: " Jaký bod."

Žák: " Bod, kde se potkávají přímky."

Učitel: " Jaké přímky?"

Žák: " Přímky a a b."

Učitel: " Ještě jednou celou větu."

Žák: " Bod, kde se potkávají přímky a a b."

Učitel: " Skvěle. A kdo může zaměnit slovo " potkávají " vědeckým slovem ?"

Žák: " Protínají se."

Učitel: " Celou větou."

Žák: " Bod, kde se protínají přímky a a b."

Učitel: " Je možné také říci: bod průsečíku přímek a a b."

Učitel ukáže na další obrázek, kde je zobrazena vodorovná přímka a a k ní rovnoběžná přímka, na které je bod b. Učitel ukáže na rovnoběžnou přímku.

Žáci: " Rovnoběžná přímka."

Učitel: "Rovnoběžná k čemu?"

Žák: "Rovnoběžná k přímce a."

Učitel: " Celou větou."

Žák: "Rovnoběžná přímka k přímce a."

Učitel rýsuje různé rovnoběžné čáry na tabuli: " Dobře, ale rovnoběžných čar je mnoho. Jak možno nazvat jmenovitě tuto přímku?"

Žák: " Ta, která prochází bodem B."

Učitel: " Celou větou."

Žák: "Rovnoběžná přímka k přímce a, která prochází bodem B."

Učitel: " Můžeme to zkrátit?"

Žák: "Rovnoběžná přímka k přímce a, procházející bodem B."

Učitel pokračuje ve cvičeních v tomto stylu, přitom na začátku dotazuje nejslabší žáky, kteří odpoví nepřesně nebo neúplně. Silní žáci doplňují. Od těchto učitel vyžaduje přesná vyjádření. Ale vzhledem k tomu, že se jedná o nové téma, je pro děti zatím těžké přesně odpovídat, a učitel je nesmí dlouho vyslyšet, aby se neunavili. Přesto je třeba vrátit se k tématu další den.

V další části hodiny učitel rozdává lístečky a říká:" Dnes budeme mít první diktát z geometrie, ale nebudu vám diktovat slova, ale pouze body a čáry. Když budete pozorně poslouchat, musí se vám na konci objevit krásný geometrický obrazec."

Učitel vybere takové sestavení, které děti neznají, aby ho neuhádli příliš brzy:

" Narýsujte vodorovnou přímku a, na ní bod B. 6 cm nalevo od bodu B - bod A, a 6 cm napravo od bodu B - bod C. Narýsujte kolmou přímku bodem A a nazvěme ji b, narýsujte kolmou přímku bodem C a nazvěme ji c. Na přímce c nad bodem C naneste body D a E ve vzdálenosti 6 a 12 cm. Nad bodem A na přímce b naneste body H a G ve vzdálenosti 6 a 12 cm. Provedeme přímou přímku d přes body G a E. Na přímce d mezi body G a E naneste bod F ve vzdálenosti 6 od bodu G. Spojujeme body A a F, F a C, C a H, H a E, E a B, B a G, G a D, D a A. "

Jestliže děti správně rýsovali, tak získaly ve středu čtverce pravidelný osmiúhelník.

Za domácí úkol děti dostanou tištěný text - popis sestrojení pravidelného pětiúhelníku jiným způsobem (přičemž není v textu napsáno, jaký obrazec je výsledek sestrojení). Děti musí pokusit, čítaje text, sestrojít obrazec.

3. den

Na začátku hodiny v rytmické části jsou na tabuli stejné obrazce, jako byly včera a několik nových obrazců. Znova opakujeme názvy těchto obrazců. Je velmi důležité, aby na jedné straně na tabuli zůstaly stejné obrazce, co byly včera, aby si děti mohly vzpomenout na prošlou látku. A z druhé strany budou nové obrazce (kdyby nebylo nic nového složitějšího, mnohé děti by se nudily.). Nyní děti odpovídají rychleji a přesněji, což vypovídá o osvojení si obsahu hodiny. Učitel se znovu ptá nejprve nejslabších žáků, ale očekává od nich přesnější odpovědi. Silné žáky zapojuje pouze tehdy, když přichází k více složitým obrazcům. Potom učitel prověřuje splnění domácího úkolu. U Většiny žáků se povedl, přestože některým z nich pomáhali rodiče. Je důležité, aby se učitel zeptal, kdo ze žáka zvládl splnit domácí úkol samostatně. To podá informaci o tom, kolik žáků si osvojilo včerejší látku. Ale ptát se, kdo neudělal domácí úkol nebo kdo ho nezvládl bez rodičů, by bylo nesprávné a nepedagogické. Takové otázky vyvolávají u žáka strach, pocit špatného svědomí. Učitel nesmí a nemá právo očekávat od všech žáků 100% osvojení veškeré látky najednou. Nyní učitel poprosí jednoho z nejsilnějších žáků ve třídě, aby šel k tabuli a všem ukázal jak dělal domácí úkol. Musí vysvětlovat nejen přesně, ale i velmi pomalu. Většinou mnozí z těch, kteří rychle chápou učební materiál, se také musí učit vysvětlovat pomalu a klidně. Ale jestli budou pouze vysvětlovat a druzí pouze poslouchat, objeví se brzy ve třídě nuda, pro mnohé děti je nudné poslouchat to, co už dávno znají. Proto musí všichni žáci (někteří rychleji, někteří pomaleji) rýsovat podle diktátu žáka u tabule. Nyní ale přímo do epochového sešitu. Vzhledem k tomu, že jde diktát pomalu (aby všichni stihli), je možné od dětí očekávat krásné a přesné rýsování. Takto stačíme tři cíle současně :

1. dáme možnost žákům, kteří neudělali domácí úkol možnost splnit ho spolu s ostatními;
2. upevňujeme látku opakováním;
3. zapisujeme do epochového sešitu látku již bez chyb.

Potom učitel dětem nově diktuje, ale na rozdíl od prvního diktátu, kdy bylo možno se neustále znovu ptát, se nyní drží více přísných pravidel: nelze se znovu ptát, protože se vše opakuje dvakrát a jestliže to někdo poplete, přestane rýsovat a čeká do konce diktátu. Podíváme se kolik žáků dojde do konce diktátu. Učitel pomalu diktuje a opakuje dvakrát. Většinou dojde do konce většina žáků, kromě některých chlapců (dívky umějí poslouchat lépe než chlapci). pro učitele je to dobrý výsledek, ale doufá, že zítra uspějí již všichni žáci. Učitel dá zadání, krásně překreslit co je libo do epochového sešitu, přičemž pomáhá těm, kteří nezvládají. Na konci hodiny musí být fáze, kdy žáci krásně vybarvují svoje obrázky v sešitě: to je uspokojuje a dá možnost oddechnout si a v klidu jít na přestávku. Jestliže klidná poslední část není, pak v důsledku intelektuálního přetížení začínají žáci cítit potřebu fyzické námahy. Například hrají více agresivní hry.

Domácím úkolem je jako včera sestrojení obrazce na základě obdrženého textu. Jestliže je obtížnost textu podobná včerejšímu, stupeň splnění tohoto úkolu umožní učiteli určit postup třídy. Je naděje, že tentokrát domácí úkol udělají všichni, samozřejmě někdo ještě s pomocí rodičů.

4. den



V rytmické části se již předpokládá, že se větší část třídy dobře seznámila s geometrickou terminologií, proto cvičíme rychleji, není potřeba opakovat stejné úlohy na tabuli. Učitel rychle kreslí na prázdnou nepřipravenou tabuli: je to pro žáky zábavnější a učitel více spontánně reaguje na to, jak ho chápe třída. Na jednoduché dotazy je nutné odpovídat okamžitě, k obrázkům se přidávají nové prvky, které zesložitují zadání. Jednoduché úlohy také provádí celá třída.

V další části hodiny dá učitel potřetí a naposledy žákům diktát, ale již ho neopakuje dvakrát. Je žádoucí diktovat tak, aby uspěla celá třída, a žáci si dobře osvojili látku. Samozřejmě, že děti zapomínají a že za určitý čas, například na konci epochy, musíme se ještě jednou vrátit k těmto diktátům pro to, aby jsme se přesvědčily, že je látka plně osvojena. Tento poslední diktát je kontrolní práci a jasně a tvrdě se hodnotí 3 kritéria:

1. Úplnost a správnost. Žák vyplnil vše správně nebo pouze jakou část, například první polovinu. Ale očekává se, že většina třídy vyplnila zadání na 100 %.
2. Přesnost rýsování. Jestli nejsou na první pohled vidět žádné nepřesnosti, ohodnotí se slovem "přesně", jestli je možno upozorovat nepřesnosti - "nepřesně".
3. Čistota rýsování. Všechny čáry musí být tenké, nesmí být nadbytečné čáry. Celkový obraz musí vyvolávat příjemný dojem. Hodnotí se slovy "velmi hezké, hezké, nehezké".

V dalším týdnu je možné si buď od této látky odpočinout nebo se cvičit v opačném úkolu: žáci diktují a učitel rýsuje. Učitel nejspíše cítí, co chtějí říci žáci, ale nehledě na to, rýsuje pouze to, co slyší a vědomě se řídí nepřesnými pokyny žáků. To, že učitel rýsuje nesprávně, je pro děti neobvyklé, může být dokonce směšné, to oživí starou látku - třída se probouzí. Diktát získává charakter hry: žák se pokouší diktovat přesně a učitel se pokouší používat nepřesnosti žáka, rýsovat nesprávně (On není vinen! On rýsuje pouze to, co mu diktují).

Toto cvičení je možné opakovat několikrát a nakonec zadat jako domácí cvičení popis sestrojeného geometrického obrazce. Domácí úkol je možno jako text, který se diktuje učiteli. Roli učitele, pokoušejícího se lovit žáky na nepřesnosti, mohou na sebe postupně brát žáci. Je možné udělat následující soutěž: jeden se pokouší dávat přesné pokyny, druhý - loví chyby, vyhýbající se správnému sestrojení, aby diktující viděl svoje nedostatky.

Na konci epochy je možné se vrátit k tématu a napsat kontrolní práci s popsáním postupu sestrojení obrazců. Hodnotit možno slovy "absolutně přesné, v zásadě přesné, nepříliš přesné, až moc nepřesné". Při opakování je možné již hodnotit více přísně a objektivně, vyznačující počet chyb.