TŘINÁCTÁ SEMINÁRNÍ HODINA
Stuttgart, 4. září 1919

Cvičení výslovnosti. Pojem plochy v geometrii. Přechod k počítání s písmeny. Fantazie při vymýšlení početních úloh. Počítání z hlavy: Gauss. Výpočty s přibližným výsledkem: třetí věta Keplerova.

Rudolf Steiner

Artikulační cvičení:

Klip plap plik glik
klink klapot ryzí
kraťte trapte
v rose se třpytí

Rudolf Steiner. Cvičit zpaměti!

Ze sbírky „Našli jsme stezku“ od Christiana Morgensterna:

Cíl kdo nepoznal,
 jak má cestu chápat?
Bude stále dál do kolečka šlapat,
 dojde zase tam,
 odkud přikvačil,
spokojen, že sám
to, co druzí, byl.

Musí milovat
 tichých věcí krásu,
musí riskovat,
chce-li dospět k jasu,
 ten, kdo nehledá,
v svobodě a stálý,
kalný výhled má,
sedm clon jej halí.

Zvědět o cíli
pro nikoho není těžké,
hoří-li touhou po prozření,
 nechce-li sám žít
v tůňce ješitnosti
a není-li zpit
vínem přítomnosti.

T. se pokouší vyvodit názorně pojem obsahu plochy pro devítileté děti. (Děti ať vystřihují čtverce pro měření jiných, větších čtvercových ploch; ať používají šablonek.)
Rudolf Steiner. Je dobré přiblížit dětskému pochopení, že když máme 3 metry jako délku jedné strany čtverce, bude plocha 9 metrů čtverečných, ale tím zůstáváme stále ve sféře, kde se něco sestavuje dohromady z takových názorných kousků, a přesto bude značně obtížné vyvolat přitom správnou představu o obsahu plochy.

Měl jsem na mysli toto: Jak máme správně postupovat a do kterého věku může spadat takový postup, abychom skutečně dospěli k tomu, že plocha má nějaký obsah a že její obsah vyplyne, když znásobíme délku šířkou? Jak dojdeme k tomu, abychom u dítěte vzbudili tento pojem obsahu plochy? - Bude to záviset na tom, do které doby umístíme toto vyučování o plochách. Tady je třeba říct: Není dobře zařadit vyučování o plochách do doby, kdy jsme ještě neprohráli počítání s pomocí písmen. Racionálně je možné se pustit do vyučování o plochách, teprve když jsme už předem probrali počítání pomocí písmen. Takže odpověď bude znít: S vyučováním o plochách počkáme do té doby, až probereme počítání pomocí písmen.

A teď další otázka: Jak dojdete k tomu, abyste s dětmi přešli od obyčejného počítání s číslicemi k počítání pomocí písmen? Chtěl bych vám naznačit směr, a vy si to už pak dál rozvedete. Než přejdete k počítání pomocí písmen, měli byste už mít s dětmi přece jen probrány počty úrokové:

Úrok se rovná jistina (kapitál) krát procento krát čas, děleno

$$\text{Úrok} = \frac{\text{jistina . procento . čas}}{100}$$

Zkrátíme-li ta slova na jejich začáteční písmena, můžeme psát:

$$ú = \frac{j . p . t}{100}$$

t = tempus (latinsky) = čas, to je nejpoužívanější zkratka pro čas.

Cestou k tomuto vzorečku vyjdete od obyčejných číslic, a dítě pochopí poměrně snadno, co je jistina, co jsou procenta, co znamená čas, a tak dále.

Pokusíte se tedy objasnit dětem tento postup a přesvědčíte se, že většina dětí tu věc pochopila. Odtud byste přešli k onomu zkrácenému způsobu a vždycky budete mít na paměti, že se to musí řídit nějakým pravidlem.

Jistina je *j,* procento je *p,* čas (tempus) je *t,* úrok je *ú.* Pak to, co jsem tam nahoře napsal, je vzoreček, který si zapamatuji jenom jako základní vzorec. Tím jsem už vykonal první krok přechodu k počítání pomocí písmen. Bude-li dítě mít tento vzoreček, stačí, když do něho dosadí číslice, a musí mu vždycky vyjít správný výsledek. Když budete mít vzoreček, který si potom z toho základního odvodíte:

$$j = \frac{ú . 100}{t . p} ,$$

tedy si můžete mnemotechnicky zapamatovat, že ta tři písmena *j, p, t* můžete libovolně navzájem prohazovat, takže vám vyjdou ještě tyto možnosti:

$$t = \frac{ú\,.\,100}{j\,.\,p} \qquad p = \frac{ú\,.\,100}{j\,.\,t}$$

Tím způsobem jsme vpravili dítěti do hlavy úrokové počty, a teď můžeme začít počítat s písmeny. Můžeme klidně říct: „Naučili jsme se, že součet 25 se rovnal 8 plus 7 plus 5 plus 5, 25 = 8 + 7 + 5 + 5." Jak víte, dítě to už před časem pochopilo. Teď, když jste mu to připomněli, můžete mu říct: „Tady (místo 25) by ale mohl stát jiný součet, a tady (místo 8, 7, 5, 5) mohou stát jiné číslice, takže můžeme také říct, že tam bude stát „nějaké" číslo. Například by tam tedy stálo: S, součet. A tady by stálo: *a* + *b* + *c* + *c.* Ale když by tam místo první pětky stálo c, musí tam to *c* stát i místo druhé pětky.

Zrovna tak, jako jsem dosadil namísto libovolné jistiny *j,* dosadím na tomhle místě písmeno *c."*

Když takto předvedete přechod od číslice k písmeni na konkrétním příkladě, pak můžete také vyvinout pojem násobení, a z takového konkrétního 9.9 můžete vyvinout *a .a.* Nebo můžete *za .2* vyvinout *a . b* a tak dále. To by tedy byla cesta, jak přejít z těchto číselných počtů k počítání s písmeny. A z něho pak dál k výpočtu plochy,*a .a = a2.*

Úkol na zítra: vyvinout úrokové počty, hodně duchaplně, tak aby to bylo jasné dětem v jedenáctém, dvanáctém roce, i s tím, co k tomu patří, s převratem: výpočet procent, času, jistiny. - Z toho pak vyvinout dále, jak by se dal osvětlit výpočet diskontu. Potom, jak dítěti přiblížíme výpočet slevy a ambaláže (částky za obal) a jak mu vysvětlíme pojem a výpočet hodnoty směnky. To by patřilo do dvanáctého a třináctého roku, má-li to utkvět na celý život; jinak se to později vždycky zase zapomene. Jistě je možné to vzít zjednodušeně, ale do toho věku to patří. Když to někdo bude řádně umět, bude ovládat metodiku veškerého počítání. Výpočet úroků z úroku do těchto let nepatří.

Tedy přejít organicky do počítání pomocí písmen až po násobení, a odtud pak do výpočtu plochy.

Teď bych poprosil, abychom se věnovali ostatním otázkám ze včerejška. Neboť i tady bude důležité, abyste početními úkoly podněcovali děti k duchapřítomnosti.

G. navrhuje zřízení malého prodejního stánku s ovocem, zeleninou, brambory a tak dále, přičemž děti budou muset samostatně nakupovat, prodávat, platit, dávat zpátky, vůbec propočítávat všechno samostatně.
Rudolf Steiner. Tenhle kupecký princip je docela dobrý pro druhou třídu. A je dobře trvat na tom, aby ten, komu jsme uložili nějaký výpočet, ho také sám vyřešil, a abychom nenechávali za něho zaskočit někoho jiného. Je třeba vždycky udržovat v bdělosti zájem všech!

Mluví se o počítání z hlavy, o počítání bez zápisu.
Rudolf Steiner vypráví, že *Gauss* kdysi jako šestiletý chlapec přišel na takovéto řešení: učitel zadal úkol sečíst čísla od 1 do 100. Gauss se zamyslel a přišel na to, že by bylo výhodnější a jednodušší, má- -li dojít rychle k výsledku, vzít táž čísla ještě jednou, ale uspořádat je vzhledem k první řadě od 1 do 100 tak, že bychom si představili první řadu napsanou obvyklým způsobem zleva doprava 1, 2, 3, 4, 5... 100, pod ní ale druhou řadu v obráceném uspořádání - 100, 99, 98, 97, 96... 1, takže by se pod jedničku dostala stovka, pod dvojku ,

devětadevadesátka, pod trojku 98. Pak by ty dvě číslice stojící pod sebou dávaly pokaždé součet 101. Tento součet by bylo třeba vzít stokrát, to dává 10100, a to by se pak muselo - protože jsme přece při tom čísla od 1 do 100 sečetli dvakrát, jednou dopředu, jednou obráceně - jenom ještě rozpůlit, což dává 5500. Tak tehdy Gauss k nemalému úžasu učitele vyřešil z hlavy tu uloženou úlohu.

T. uvádí mezi jinými dva druhy úloh: 1) Výpočet doby a dráhy, jsou-li dány lokomotivy s různě velikým obvodem kol; 2) úlohy s napouštěním a vypouštěním nádob s různě širokými výtokovými trubicemi.
Rudolf Steiner: Při vymýšlení početních úloh můžeme využívat fantazii. Duchapřítomnost můžeme podněcovat úlohami, v nichž jde o pohyb. S tím včerejším příkladem můžete přejít do praxe, řeknete-li: Vyslal jsem kurýra s psanou zprávou. Ta zpráva se stala bezpředmětnou. Musím vyslat jiného kurýra. Jak rychle ten musí postupovat kupředu, aby dorazil ještě dříve, než zpráva způsobí malér? Aspoň přibližně by dítě to mělo umět spočítat, to je velmi užitečné.
Jeden z účastníků poukazuje na výpočty, u nichž není možný jiný než přibližný výsledek.
Rudolf Steiner: Takové výpočty, které nemohou být přesné, jsou vůbec velmi obvyklé. Je běžné, že se hned od začátku započítává předpokládaná chyba. Je to tak, že v jednom bodě se dnes provádí takový výpočet s chybou, a bude to jednou potřeba korigovat. Když *Kepler* vypracoval svůj „sluneční systém“, stanovil tři zákony. Kdybychom použili všech tří, abychom naznačili cestu Země vesmírným prostorem, dostali bychom úplně jiný pohyb, než jaký dnes před pokládají naši astronomové a jakému se dnes učí na našich školách. Tento eliptický pohyb je umožněn pouze tím, že se nepřihlíží ke třetí Keplerově větě. Když astronom zaměří svůj dalekohled na oblohu, pak mu věci nesouhlasí. K tomu účelu se také tyto chyby zahrnují do výpočtů. Besselovy rovnice dosazují každý rok početní chyby za to, co ve skutečnosti nesouhlasí. V těchto Besselových rovnicích vězí třetí věta Keplerova.
Metodicky musíme postupovat tak, abychom dítě nezaměstnávali jenom vymyšlenými příklady, nýbrž abychom dospívali k praktickým příkladům ze života. Všechno by mělo ústit do praxe. Přitom to můžeme vždycky zařídit tak, že to, co následuje, oplodní to, co předcházelo, a naopak.

Do čeho myslíte, že by měly vyústit všechny ty propočty pohybů, vytékání tekutin malými otvory pomalu, velkými rychle, úkoly s kruhovým pohybem u strojů s různě velkými koly - do čeho by to všechno mělo vyústit?

Nejlepší by bylo, kdybyste odtud přešli k tomu, že byste dětem vysvětlili hodiny v jejich různých podobách, pendlovky, kapesní hodinky a tak dále.

Úkoly na zítřek:
Za prvé: Zpracovat dějepisné téma podle vzoru, jaký jsme před několika dny probrali, kulturně historicky.
Za druhé: Zpracovat něco z poznatků o přírodě, východ a západ slunce, roční doby nebo něco podobného, co je vám blízké, něco ze stavby vesmíru.
Za třetí: O zásadách hudebního vyučování v docela prvním školním roce.
Za čtvrté: Jak budete zacházet s poezií v angličtině a ve francouzštině?
Za páté: Jak je možné tlumočit dětem pojem elipsy, hyperboly, kruhu, lemniskáty a pojem geometrického místa? - to všechno musíme s dětmi probrat, krátce než opustí školu.